Übungen zu
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1
2. Übungsblatt für den 18.10.2010

Nutzen Sie auch die Gelegenheit das Konversatorium Lineare Algebra, 14.10.2010, 13:45, K033C zu besuchen.

1. (a) Die Punkte $A = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ legen eine Gerade g fest. Bestimmen Sie eine Parameterform dieser Geraden und verwandeln Sie diese anschließend in eine Gleichungsform.
   (b) Bestimmen Sie die Gleichung jener Geraden h in Parameterform die parallel zu g ist und durch den Punkt $P = \begin{pmatrix} 7 \\ 11 \end{pmatrix}$ geht.
   (c) Bestimmen Sie in Gleichungsform jene Gerade f die durch den Punkt P geht und normal zur Geraden g steht.
   (d) Bestimmen Sie den Schnittpunkt zwischen f und g.
2. (a) In Gleichungsform gegeben sind die Geraden $g_1 : 2x - 5y = 17$ und $h_1 : 4x - 10y = 4$. Welche Lage haben g und h zueinander (parallel, identisch, Schnittpunkt,..?).
   (b) Berechnen Sie den Schnittpunkt der Geraden $g_2 : 5x - 4y = -3$ mit der Geraden $h_2 : X = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$.
   (c) Berechnen Sie den Schnittwinkel der Geraden g_2 und h_2.
3. Gegeben ist der Punkt $P = \begin{pmatrix} 11 \\ -14 \end{pmatrix}$ und die Gerade $g : X = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$.
   (a) Bestimmen Sie den Abstand des Punktes P von der Geraden g.
   (b) Bestimmen Sie die Gleichung jener zweiten Geraden h die parallel zu g ist und den gleichen Abstand zu g hat wie g zum Punkt P (es gibt 2 Lösungen).
4. Vom Dreieck ABC kennt man den Punkt $A = \begin{pmatrix} -35 \\ 12 \end{pmatrix}$, den Punkt $B = \begin{pmatrix} 61 \\ -16 \end{pmatrix}$ und teilweise den Punkt $C = \begin{pmatrix} -4 \\ y > 0 \end{pmatrix}$. Die Höhe h_c (durch den Punkt C auf die Seite c) beträgt $h_c = 25$. Bestimmen Sie die fehlende Koordinate von C.

5. $A = \begin{pmatrix} -5 \\ -6 \end{pmatrix}$ und $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ sind Eckpunkte einer Raute $ABCD$, deren Seite a ($=AB$) parallel zur Geraden $g : X = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ liegt. Bestimmen Sie die fehlenden Eckpunkte.

6. Zeigen Sie: Im rechtwinkeligen Dreieck liegt der Umkreismittelpunkt im Mittelpunkt der Hypotenuse.

   Gehen Sie folgendermaßen vor: Ohne Beschränkung der Allgemeinheit ist $c = AB$ die Hypotenuse. Wir legen das rechtwinkelige Dreieck in ein 2-dimensionales Koordinatensystem, so dass der Mittelpunkt U der Strecke c genau im Koordinatenursprung $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ liegt. Dann liegt A beim Punkt $A = \begin{pmatrix} -\frac{c}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ und B beim Punkt $B = \begin{pmatrix} \frac{c}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$. Der Punkt C hat die Koordinaten $C = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Nun ist nachzuweisen, dass $|CU| = \frac{c}{2}$. Hinweis: rechter Winkel bei C - Skalarprodukt.

7. Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

   (a) Zeigen Sie, dass das Dreieck rechtwinkelig ist.

   (b) Bestimmen Sie den Umkreismittelpunkt.

   (c) Bestimmen Sie die Höhe h des Dreiecks.

8. Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A = \begin{pmatrix} 14 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} -10 \\ -7 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie den Inkreismittelpunkt des Dreiecks.

   Hinweis: Sei $\vec{c} = \vec{AB}$ und $\vec{b} = \vec{AC}$. Dann ist $\vec{c}_0 + \vec{b}_0$ der Richtungsvektor der Winkelsymmetralen beim Winkel α, wobei $\vec{c}_0$ der Einheitsvektor des Vektors c ist usw.