

**Übungen zu
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1
1. Übungsblatt für den 12. Oktober 2009**

1. Jemand fährt zunächst 25 km Richtung Nordosten, dann 15 km Richtung Osten und schließlich 10 km Richtung Süden. Wie weit ist er jetzt von seinem Startpunkt entfernt?
2. Zeigen Sie, dass sich die Schwerlinien eines Dreiecks im Verhältnis 1:2 schneiden.
3. Zwei Punkte A und B liegen auf verschiedenen Seiten eines Sees. Zwei Straßen, die von A und B geradlinig ausgehen, treffen sich in C unter einem Winkel von 60° .
Wie weit ist A von B entfernt (Luftlinie), wenn die Entfernung von B bis C 5 km und die Entfernung von A bis C 8 km beträgt?
4. Ein Motorboot fährt über einen Fluss, ausgehend vom Punkt A . Die Eigengeschwindigkeit des Bootes beträgt 30 km/h. Das Boot steuert im Winkel von 30° vom Ufer weg gegen die Strömung.
Die Strömungsgeschwindigkeit beträgt 10 km/h. Durch die Strömung wird das Boot aus seiner Fahrtrichtung gelenkt und gebremst. Bestimmen Sie die tatsächliche Geschwindigkeit des Bootes.
5. Zeigen Sie, dass das Skalarprodukt im \mathbb{R}^2 folgende Eigenschaften erfüllt.

Für alle $a, b \in \mathbb{R}^2$ gilt:

(a) $\langle a + b, a + b \rangle = \langle a, a \rangle + 2\langle a, b \rangle + \langle b, b \rangle$.

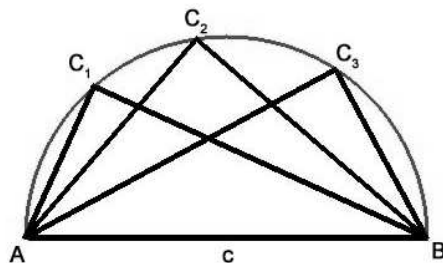
(b) $\langle a + b, a - b \rangle = \langle a, a \rangle - \langle b, b \rangle$.

6. Verwenden Sie das Skalarprodukt, um folgenden geometrischen Satz zu beweisen.

In einem Parallelogramm mit Seitenlängen a, b , und Diagonalenlängen e, f gilt:

$$2(a^2 + b^2) = e^2 + f^2.$$

7. Zeigen Sie (Satz von Thales): Die Winkel im Halbkreis sind rechte. (Vgl. Skizze). *Hinweis:* Nehmen Sie $\begin{pmatrix} -r \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} r \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ als Eckpunkte des Dreiecks an und berechnen Sie ein Skalarprodukt.



8. Zeigen Sie: Im rechtwinkligen Dreieck liegt der Umkreismittelpunkt auf der Hypotenuse.