

Übungen zu Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

3. Übungsblatt, für den 8. November 2004

1. Stellen Sie die Wahrheitstabeln für folgende Aussageformen auf.
 - $x \wedge y \wedge z'$,
 - $(x \wedge (x \Rightarrow y)) \Rightarrow y$,
 - $(x \Rightarrow y) \wedge (y \Rightarrow z) \Rightarrow (x \Rightarrow z)$.
2. Überprüfen Sie die Gleichheit folgender Aussageformen
 - $a \Rightarrow b$ und $a' \vee b$,
 - $a \Rightarrow (b \Rightarrow c)$ und $(a \wedge b \wedge c)'$.
3. Zeigen Sie, dass jede der Aussageformen $x \vee y$, $x \wedge y$, $x \dot{\vee} y$ und $x \Leftrightarrow y$ gleich einer weiteren Aussageform ist, welche nur aus x , y , \Rightarrow und $'$ zusammengesetzt ist.
4. Beweisen Sie die Gültigkeit der De Morgan-Gesetze mit Hilfe aller anderen Gesetze aus Satz 4.8 und 4.9 (nicht durch eine Wahrheitstafel).
5. Vereinfachen Sie folgende Aussageformen mittels der Gesetze. Beurteilen Sie, bei welchen es sich um Tautologien oder um Kontradiktionen handelt.
 - (a) $(a \vee a') \wedge (b \vee c)$
 - (b) $((a \wedge b) \vee (a \wedge b')) \wedge ((a' \wedge b) \vee (a' \wedge b'))$
 - (c) $(a \wedge (b \vee c')) \wedge (a' \vee b \vee c)$
 - (d) $((a \vee b) \wedge (a \vee b')) \vee ((a' \vee b) \wedge (a' \vee b'))$
6. Formulieren Sie folgende Aussagen mit Hilfe von Quantoren. Definieren Sie gegebenenfalls eigene Prädikate.
 - (a) Das Quadrat einer Zahl ist nicht negativ.
 - (b) Wenn eine Zahl zwei Zahlen teilt, dann teilt sie auch deren Differenz.
 - (c) Jede natürliche Zahl hat einen Nachfolger, aber nicht jede hat eine Vorgänger.
7. Bestimmen Sie das Gegenteil (die Negation) der obigen Aussagen und vereinfachen Sie sofern möglich.
8. Zeigen Sie: Die Mittelpunkte der Seiten eines (ebenen) Vierecks sind Eckpunkte eines Parallelogramms.