

Informations- und Codierungstheorie
1.Übungsblatt für den 4. und 11. Oktober 2006

1. (Quellcodierung) Wir wollen eine Nachricht über einen digitalen Kanal, der nur 0 oder 1 übertragen kann, schicken. Die Nachricht ist eine Folge aus den Zeichen A, B, C, D, E. Eine typische Nachricht wäre etwa

```

AABAAAAAAAAACAAAAAAAAABAAAAAAAAAEAAAAAAAAAAEAAEAAEAAAA
AAAEAAACAABBAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
EAAAAAAAAAAAAAAAAEAAAAAAAABAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAAAAAAAAAAEAAEAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAB
EAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAACAAAACAAAAAAAAAABAAAA
AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAACABAAAABAAAAEAAAAAAAAAAAAAAAABAAAA
CAAAABAAAAAAEAAAABAAAAAAAAAAAAACAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAA
BAAAAACAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAB
AAAAAAAAABAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAA

```

Dabei wissen wir, dass an jeder Stelle der Nachricht mit Wahrscheinlichkeit 0.9 ein A, mit 0.06 ein B, mit 0.015 ein C, mit 0.015 ein D und mit Wahrscheinlichkeit 0.01 ein E vorkommt.

Ziel ist es, für die Übertragung diese Nachricht als Folge von 0 und 1 zu kodieren. Dabei sollen wir für jedes Zeichen im Durchschnitt nur höchstens 0.8 Bits benötigen – eine Folge von 100 Zeichen sollte im Durchschnitt also auf 80 Bits komprimiert werden können.

- (a) Versuchen Sie, ein Verfahren zur Kompression zu finden!
 - (b) Können Sie die Kompressionsrate Ihres Verfahrens bestimmen? Wie würden Sie die Kompressionsrate definieren und messen?
2. (Kanalcodierung) Wir verwenden einen Übertragungskanal, der 0 und 1 überträgt, und bei dem mit Wahrscheinlichkeit 0.9 das ausgegebene Zeichen mit dem eingegebenen übereinstimmt, mit Wahrscheinlichkeit 0.1 aber das falsche andere Zeichen ankommt.
- (a) Begründen Sie, dass es durch wiederholtes Senden jedes Bits möglich ist, die Rate der falsch übertragenen Nachrichtenbits kleiner als 10^{-15} werden zu lassen.
 - (b) Wieviele Bits müssen Sie dabei über den Kanal senden, um 1 Nachrichtenbit zu übertragen?