

Mathematik 3 für CMS
12. Übungsblatt für den 18. Jänner 2007

47. Das gleichzeitige Würfeln mit drei Würfeln kann durch den Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P) mit

$$\Omega := \{(\omega_1, \omega_2, \omega_3) \mid \omega_1, \omega_2, \omega_3 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\},$$
$$P((\omega_1, \omega_2, \omega_3)) := \frac{1}{6^3} \text{ für alle } \omega_1, \omega_2, \omega_3 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

modelliert werden. Wir definieren die Zufallsvariablen X, Y, Z durch

$$X(\omega_1, \omega_2, \omega_3) := \omega_1 + \omega_2 \text{ für alle } \omega_1, \omega_2, \omega_3 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},$$
$$Y(\omega_1, \omega_2, \omega_3) := \omega_1 + \omega_3 \text{ für alle } \omega_1, \omega_2, \omega_3 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\},$$
$$Z(\omega_1, \omega_2, \omega_3) := \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 \text{ für alle } \omega_1, \omega_2, \omega_3 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Berechne die bedingten Wahrscheinlichkeiten

$$P[X = 6|Y = 7], P[X = 7|Z = 12], P[Z = 12|X = 7], P[Y = 5|Z = 12].$$

48. (*Fortsetzung von Bsp. 47*) Berechne die Erwartungswerte $E(X)$, $E(Y)$ und $E(Z)$.
49. (*Fortsetzung von Bsp. 47*) Berechne die Entropien $H(X)$, $H(Y)$ und $H(Z)$.
50. Ein Tipp beim Lotto 6 aus 42 kostet 1 Euro. Errät man alle 6 gezogenen Zahlen, so bekommt man einen Gewinn von 1000001 Euro. Errät man 5 der 6 gezogenen Zahlen, bekommt man einen Gewinn von 10001 Euro. Berechne den erwarteten Verlust pro Tipp.