

**Mathematik 3 für CMS**  
**10. Übungsblatt für den 14. Dezember 2006**

37. Zeige, dass  $\mathbf{F} = \mathbb{Z}_3[x]/(x^4 + x + 2)$  ein Körper ist, und berechne Ordnung (d.h. Anzahl der Elemente) und Charakteristik von  $\mathbf{F}$ .
38. Welche Charakteristik hat ein endlicher Körper der Ordnung 16807.
39. Sei  $\mathbf{K}$  ein endlicher Körper der Ordnung  $p^m$ , wobei  $p$  prim und  $m \geq 1$ . Zeige, dass für alle  $a, b \in \mathbf{K}$  gilt:

$$(a - b)^p = a^p - b^p.$$

40. Berechne – ohne Verwendung eines Computers – im Körper  $\mathbb{Z}_2[x]/(x^{60} + x + 1)$  die Potenz

$$[x^6 + x^5 + 1]^8.$$

41. Berechne – ohne Verwendung eines Computers – im Körper  $\mathbb{Z}_5[x]/(x^3 + x + 1)$  die Potenz

$$[3x^2 + x + 4]^{250}.$$