Mathematatik 3 für CMS
8. Übungsblatt für den 30. November 2006

28. Finde eine Polynom $f \in \mathbb{Z}_3[x]$ sodass
$$\overline{f}(0) = 1, \overline{f}(1) = 2 \text{ und } \overline{f}(2) = 2.$$

29. Zeige, dass das Produkt zweier Elemente in einem Körper nur dann 0 ist, wenn einer der Faktoren gleich 0 ist.

30. Sei $f = x^3 + 3x + 2 \in \mathbb{Z}_5[x]$. Berechne
    (a) $[4x^3 + x^2 + 3]_f + [3x^4 + x + 1]_f$,
    (b) $[4x^3 + x^2 + 3]_f - [3x^4 + x + 1]_f$,
    (c) $[4x^3 + x^2 + 3]_f \cdot [3x^4 + x + 1]_f$.

    Stelle die Ergebnisse jeweils in reduzierte Form dar (d.h., in der Form $[p]_f$, wobei das Polynom $p \in \mathbb{Z}_5[x]$ einen kleineren Grad als f hat).

31. Sei $f = x^2 + 2x + 3 \in \mathbb{Z}_5[x]$. Finde ein Polynom $g \in \mathbb{Z}_5[x]$ vom Grad kleiner 2 sodass
$$[4x + 1]_f \cdot [g]_f = [g]_f \cdot [4x + 1]_f = [1]_f.$$

32. Seien $f_1 = x^2 + 2x + 3 \in \mathbb{Z}_5[x]$ und $f_2 = x^2 + 3x + 2 \in \mathbb{Z}_5[x]$. Finde (wenn möglich) ein Polynom $g_1 \in \mathbb{Z}_5[x]$ sodass
$$[x + 1]_{f_1} \cdot [g_1]_{f_1} = [g_1]_{f_1} \cdot [x + 1]_{f_1} = [1]_{f_1}.$$
    Finde (wenn möglich) ein Polynom $g_2 \in \mathbb{Z}_5[x]$ sodass
$$[x + 1]_{f_2} \cdot [g_2]_{f_2} = [g_2]_{f_2} \cdot [x + 1]_{f_2} = [1]_{f_2}.$$