

**Mathematik 3 für CMS**  
**2. Übungsblatt für den 12. Oktober 2006**

1. Sei  $p > 3$  eine Primzahl. Zeigen Sie, dass  $24|(p^2 - 1)$ .
2. Finden Sie alle Lösungen des Systems

$$\begin{aligned} 5x &\equiv 3 \pmod{4}, \\ 9x &\equiv 2 \pmod{7}, \\ 4x &\equiv 10 \pmod{11}. \end{aligned}$$

3. (*Mathematica oder andere Programmiersprachen dürfen verwendet werden*). Wir wollen eine Nachricht über einen digitalen Kanal, der nur 0 oder 1 übertragen kann, schicken. Die Nachricht ist eine Folge aus den Zeichen A, B, C, D, E. Eine typische Nachricht wäre etwa

```
AABAAAAAAAAACAAAAAAAAABAAAAAAAAAEAAAAAAAAAAEAAEAAEAAAAA
AAAEACAABAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
EAAAAAAAAAAAAAAAAEAAAAABAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAAAAAAAAAAAAEAAEAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAB
EAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAACAAACAAAAAAAAABAAAAAB
AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAACABAAAABAAAAEAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
CAAAABAAAAAEAAAAABAAAAAAAAAAAAACAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAAA
BAAAAAACAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAAAAABAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAABB
AAAAA
```

Dabei wissen wir, dass an jeder Stelle der Nachricht mit Wahrscheinlichkeit 0.9 ein A, mit 0.06 ein B, mit 0.015 ein C, mit 0.015 ein D und mit Wahrscheinlichkeit 0.01 ein E vorkommt.

Ziel ist es, für die Übertragung diese Nachricht als Folge von 0 und 1 zu kodieren. Dabei sollen wir für jedes Zeichen im Durchschnitt nur höchstens 0.8 Bits benötigen – eine Folge von 100 Zeichen sollte im Durchschnitt also auf 80 Bits komprimiert werden können.

- (a) Versuchen Sie, ein Verfahren zur Kompression zu finden!
- (b) Welche Kompressionsrate hat Ihr Verfahren? Wie würden Sie die Kompressionsrate definieren bzw. messen?