

Mathematik 1 für CMS und MC
7. Übungsblatt für den 15. und 17. November 2006

25. Welche der folgenden Relationen sind Äquivalenzrelationen?

- (a) $\{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x - y \text{ ist Vielfaches von } 3\}$ (auf \mathbb{Z}),
- (b) $\{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3\}$ (auf $\{1, 2, 3\}$),
- (c) $\{1, 2, 3\} \times \{1, 2, 3\}$ (auf $\{1, 2, 3, 4\}$),
- (d) Die Gleichheitsrelation auf \mathbb{R} .

26. Die Relation \approx auf $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$(x, y) \approx (u, v) \text{ genau dann, wenn } x^2 + y^2 = u^2 + v^2;$$

d.h. also

$$\approx = \{((x, y), (u, v)) \mid x, y, u, v \in \mathbb{R} \text{ und } x^2 + y^2 = u^2 + v^2\}.$$

Zeige, dass \approx eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ist. Bestimme die Äquivalenzklasse $\approx [(2, 3)]$ von $(2, 3)$ und stelle sie graphisch dar.

27. Zeichne ein Hasse-Diagramm der teilgeordneten Menge

$$(\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, \mid)$$

wobei $a \mid b$ bedeutet, dass a ein Teiler von b ist.

28. Für eine teilgeordnete Menge (A, \preceq) und eine Teilmenge $B \subseteq A$ bezeichnen wir das Supremum von B in (A, \preceq) mit $\sup_{(A, \preceq)} B$. (Diese Notation unterscheidet sich von der im Buch verwendeten). Bestimme folgende Suprema (falls existent):

- (a) $\sup_{(\mathbb{R}, \leq)} \{-3.2, \sqrt{2}, 1.39, -2\pi\}$,
- (b) $\sup_{(\mathbb{R}, \leq)} [3, 4[$,
- (c) $\sup_{(\mathbb{N}, \leq)} \mathbb{N}$,
- (d) $\sup_{(\mathbb{R}, \leq)} \{-\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.
- (e) $\sup_{(\mathbb{N}, \mid)} \{6, 15\}$.