

Mathematik 1 für CMS und MC
6. Übungsblatt für den 8. und 9. November 2006

21. Finde Prädikate $p(x)$ und $q(x)$, sodass die Aussage

$$\forall x \in \mathbb{N} (p(x) \vee q(x))$$

wahr, und die Aussage

$$(\forall x \in \mathbb{N} p(x)) \vee (\forall x \in \mathbb{N} q(x))$$

falsch ist. Ist es auch möglich Prädikate zu finden, sodass die erste Aussage falsch und die zweite wahr ist?

22. Sei X die Menge aller aktuell lebenden Menschen. Wir haben drei Relationen auf X gegeben:

- $V = \{(x, y) \mid x, y \in X, x \text{ ist Vater von } y\}$,
- $M = \{(x, y) \mid x, y \in X, x \text{ ist Mutter von } y\}$,
- $\Delta = \{(x, x) \mid x \in X\}$.

Drücke folgende Relationen mit Hilfe von V, M, Δ und den Operationen $\cup, \cap, \setminus, \circ, ^{-1}$ aus:

- $Gv = \{(x, y) \mid x, y \in X, x \text{ ist Großvater von } y\}$,
- $Gem = \{(x, y) \mid x, y \in X, x \text{ ist mütterlichseitiger Großelternanteil von } y\}$,
- $Ges = \{(x, y) \mid x, y \in X, x \text{ und } y \text{ sind Geschwister}\}$.

(*Hinweis:* Relationen sind spezielle Mengen; daher sind die Mengenoperationen \cup, \cap, \setminus auch für Relationen definiert.)

23. (*Mathematica*) Eine Primzahl der Form $2^n - 1$ (wobei $n \in \mathbb{N}$) heißt *Mersenne-Primzahl*. Große Primzahlen spielen eine bedeutende Rolle zum Beispiel in der Kryptographie. Fast alle der größten bekannten Primzahlen sind Mersenne-Primzahlen. Erzeuge mit dem `Table`-Befehl eine Liste `l` aller Zahlen der Form $2^n - 1$ mit $1 \leq n \leq 1000$. Wir wollen nun wissen, welche Zahlen der Liste `l` (Mersenne-) Primzahlen sind. Verwende die Befehle `Select` und `PrimeQ` um aus `l` die Liste `all` dieser Primzahlen zu berechnen.
24. (*Recherche*) Erkläre in eigenen Worten die *Mathematica*-Funktionen `Map` und `Apply`. (*Hinweis:* Lese vorab den Abschnitt *Expressions* [unter *The Mathematica Book* \rightarrow *Principles of Mathematica*] in der Online-Hilfe). Was macht folgende Funktion?

```
MyFunction[l_List] := Apply[Plus, Map[Function[x, x^2], l]]
```