

Mathematik 1 für CMS und MC
4. Übungsblatt für den 25. und 27. Oktober 2006

11. Berechne die inverse Matrix (falls existent) von

(a) $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$,

(b) $\begin{pmatrix} -\frac{2}{7} & \frac{5}{3} \\ \frac{4}{7} & -\frac{10}{3} \end{pmatrix}$.

12. Sei A die Menge der ganzen Zahlen im Intervall $[5; 9[$ und sei B die Menge der ganzen Zahlen im Intervall $[3; 7]$.

(a) Bilde die kartesischen Produkte $K := A \times B$ und $L := B \times A$.

(b) Bilde den Durchschnitt $D := K \cap L$ und die Vereinigung $V := K \cup L$ sowie die Differenz $M := K \setminus L$.

(c) Stelle die Mengen A, B, D, K, L, M, V graphisch dar.

13. Welche der folgenden Aussagen über Mengen treffen zu?

(a) $\emptyset \in \emptyset$.

(b) $\emptyset \subseteq \emptyset$.

(c) $\{\emptyset\} \subseteq \{\{\emptyset\}\}$.

(d) $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$.

(e) $\mathbb{R} \times \emptyset = \emptyset$.

(f) $\mathbb{Z} \subset \{\mathbb{Z}, \mathbb{R}\}$.

(g) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{R} \in \{\mathbb{Z}, \mathbb{R}\}$.

14. Ein Banktresor wird durch drei verschiedene Schlösser A , B und C gesichert. Der Bankdirektor Albert besitzt den zu Schloss A passenden Schlüssel, der Bankangestellte Bert besitzt den zu Schloss B passenden Schlüssel, und der Bankangestellte Conrad besitzt den zu Schloss C passenden Schlüssel. Die Tresortür wird nur dann entriegelt, wenn der Schlüssel des Direktors und der Schlüssel mindestens eines der Angestellten das jeweilige Schloss entsperren. Gesucht ist eine elektronische Schaltung (in Form einer Wahrheitstafel) für die Entriegelung der Tresortür. Wie lautet die disjunktive Normalform?

15. Zeige, dass

(a) $((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ eine Tautologie

(b) $p \wedge \neg q \wedge (p \Rightarrow q)$ eine Kontradiktion (Widerspruch)

ist.