

**SMS 1 für MC, FHS Hagenberg**  
**5. Übungsblatt für den 10.11.2005**

Verwenden Sie für dieses Übungsblatt Mathematica bitte nur zur Kontrolle Ihrer Ergebnisse.

1. Bestimmen Sie:

- (a)  $[2]_{15} - [13]_{15}$                       (b)  $-[6]_{15} - [10]_{15}$                       (c)  $[7]_{15} \cdot [11]_{15}$   
(d)  $([7]_{17})^2$                       (e)  $([7]_{17})^4$                       (f)  $([7]_{17})^8$                       (g)  $([7]_{17})^{13}$

2. Lösen Sie in  $\mathbb{Z}_{18}$ :

- (a)  $[5]_{18} - x = [7]_{18}$   
(b)  $[15]_{18} * x = [1]_{18}$   
(c)  $[15]_{18} * x = [9]_{18}$

3. Lösen Sie die Gleichungssysteme über  $\mathbb{Z}_7$  mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren (Achtung: Wir schreiben hier für die Restklasse  $[x]_7$  kurz  $x$ ).

(a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 6 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4. (a) Geben Sie  $\varphi(32)$  an.

(b)  $\varphi(101)$

(c) Bestimmen Sie die Anzahl der invertierbaren Elemente in  $\mathbb{Z}_{90}$ .

(d) Es seien  $p, q$  Primzahlen. Wieviele Zahlen von  $\{0, 1, \dots, pq - 1\}$  haben 1 als größten gemeinsamen Teiler mit  $pq$ ?

5. Für  $a \in \mathbb{Z}_n$  heißt die kleinste positive ganze Zahl  $k$ , sodass  $a^k = [1]_n$  gilt, die *multiplikative Ordnung* von  $a$ . Bestimmen Sie die Ordnungen folgender Elemente:

- (a)  $[2]_5$                       (b)  $[9]_{15}$                       (c)  $[1]_{15}$                       (d)  $[2]_{21}$

Was fällt Ihnen im Zusammenhang mit dem Satz von Euler auf?