

SMS 1 für MC, FHS Hagenberg
4. Übungsblatt für den 3.11.2005

Verwenden Sie für dieses Übungsblatt Mathematica bitte nur zur Kontrolle Ihrer Ergebnisse.

1. Bestimmen Sie jeweils eine positive ganze Zahl x so, dass die folgenden Gleichungen gelten:

(a) $9x \equiv_{14} 1$

(b) $4x \equiv_{14} 1$

(c) $4x \equiv_{14} 6$

2. Geben Sie alle Lösungen folgender Kongruenzen an:

(a) $48x \equiv 60 \pmod{84}$

(b) $38x \equiv 87 \pmod{101}$

(c) $36x \equiv 0 \pmod{24}$

(d) $-36x \equiv 17 \pmod{51}$

3. Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie:

- (a) Zu jeder geraden Zahl $c > 2$ gibt es Zahlen $a, b \in \{1, \dots, c-1\}$, sodass die Kongruenz

$$ax \equiv b \pmod{c}$$

nicht lösbar ist.

- (b) Wenn $ax \equiv b \pmod{c}$ eine ganzzahlige Lösung x hat, dann gibt es unendlich viele ganzzahlige Lösungen.

4. Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie:

- (a) Wenn $ax \equiv 1 \pmod{c}$ eine ganzzahlige Lösung x hat, dann ist auch $ay \equiv b \pmod{c}$ für alle ganzen Zahlen b lösbar.

- (b) Wenn c eine Primzahl ist, dann ist $ax \equiv b \pmod{c}$ für alle ganzen Zahlen a, b lösbar.

5. Welche der folgenden Zahlen sind Primzahlen?

101, 1147, 10007

6. (a) Gilt immer, wenn a nicht b teilt und a nicht c teilt, dass dann a auch nicht bc teilt?

- (b) Modifizieren Sie einen Beweis der Vorlesung, um für alle ganzen Zahlen a, b, c zu zeigen:

Wenn a ein Teiler von bc ist und $\text{ggT}(a, b) = 1$, dann ist a ein Teiler von c .