SMS1 für MC, FHS Hagenberg
3. Übungsblatt für den 21. Oktober 2004

1. Berechnen Sie:
(a) $[7]_9 + [10]_9$ (b) $[4]_9 + [5]_9$ (c) $[2]_7 - [5]_7$ (d) $[1]_{12} - [7]_{12}$
2. Bestimmen Sie modulo 12:
(a) $7 \cdot 5 \equiv_{12} \dots$ (b) $111 \cdot 284 \equiv_{12} \dots$ (c) $29 \cdot (-45) \equiv_{12} \dots$
3. Geben Sie an:
(a) $[3^4]_7$ (b) $([3]_7)^8$ (c) $3^{13} \equiv_7 \dots$ (d) $3^{36} = \dots \pmod{7}$
4. Verwenden Sie den erweiterten Euklidischen Algorithmus, um jeweils eine ganze Zahl x zu bestimmen sodass
(a) $13x \equiv_{18} 1$ (b) $13x \equiv_{18} 7$ (c) $8x \equiv_{18} 1$ (d) $8x \equiv_{18} 4$
5. Bestimmen Sie jeweils eine positive ganze Zahl x so, dass die folgenden Gleichungen gelten:
(a) $x + 7 \equiv_{15} 3$ (b) $4 - x \equiv_8 6$ (c) $3x \equiv_{14} 2$ (d) $4x \equiv_{14} 1$ (e) $2^{13} \equiv_5 x$
6. Bonusbeispiel: Finden Sie ganze Zahlen x, y so, dass $34x + 59y = 17$.
7. Geben Sie das kleinste gemeinsame Vielfache folgender Zahlen an:
(a) 84, 378 (b) 451, 178 (c) 84, 147, 378 (d) 34, 55
8. Bonusbeispiel: Seien a, b ganze Zahlen. Zeigen Sie, dass jedes gemeinsame Vielfache von a und b von $\text{kgV}(a, b)$ geteilt wird.

Beweis: Sei $k := \text{kgV}(a, b)$, und sei v ein gemeinsames Vielfaches von a und b . Es existieren ganze Zahlen q, r mit $0 \leq r < k$ so, dass $v = qk + \dots$. Dann gilt $r = \dots$. Weil k und v durch a teilbar sind, ist auch $\dots$ durch a teilbar. Genauso ist $\dots$ durch b teilbar. Also ist $\dots$ ein Vielfaches von a und von b , welches $\dots$ ist als k . Weil k das $\dots$ gemeinsame Vielfache von a und b ist, folgt $r = \dots$. Also gilt: k teilt v .