

Mathematik 3 für CMS, FHS Hagenberg
8. Übungsblatt für den 29.11.2005

1. Wieviel Elemente haben die folgenden Faktorringer. Sind sie Körper?
 - (a) $\mathbb{Z}_8[x]/(x^2 + 1)$
 - (b) $\mathbb{Z}_{11}[x]/(x^3 + 10x + 5x + 10)$
 - (c) $\mathbb{Z}_7[x]/(x^3 + 3x + 2)$
2. Es sei $p = x^3 + 4x + 2$ ein irreduzibles Polynom über \mathbb{Z}_5 . Berechnen Sie im Körper $\mathbb{Z}_5[x]/p$.
 - (a) $[2x^2 + 3x]_p - [4x^2 + x + 1]_p$
 - (b) $[2x^2 + 3x]_p \cdot [4x^2 + x + 1]_p$
 - (c) $[2x^2 + 3x]_p^{-1}$
 - (d) Bestimmen Sie $a \in \mathbb{Z}_5[x]/p$ sodass $[2x^2 + 3x]_p \cdot a = [x + 2]_p$.
3. Lösen Sie folgendes lineare Gleichungssystem über $\mathbb{Z}_3[x]/(x^2 + 1)$ mit dem Gauß'schen Eliminationsverfahren (Achtung: Wir schreiben hier für die Restklasse $[q]_{x^2+1}$ kurz q).

$$\begin{pmatrix} x + 1 & 2x + 1 \\ 2x & x + 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

4. Finden Sie
 - (a) ein normiertes irreduzible Polynom vom Grad 4 über \mathbb{Z}_5
 - (b) ein normiertes irreduzible Polynom vom Grad 5 über \mathbb{Z}_{11}

Hinweis: Wählen Sie zufällig ein Polynom passenden Grades. Verwenden Sie die Mathematica-Funktionen aus der Vorlesung, um Irreduzibilität zu testen.