

Mathematik 3 für CMS, FHS Hagenberg
5. Übungsblatt für den 8.11.2005

1. Welche der folgenden Ringe sind Körper: $\mathbb{Z}_{16}, \mathbb{Z}_{17}, \mathbb{Z}_{18}, \mathbb{Z}_{p^n}$ für eine Primzahl $p, n \in \mathbb{N}$, und \mathbb{Z}
2. Sei $(R, +, \cdot)$ ein Ring mit Elementen $a \neq 0, b \neq 0$, sodass $ab = 0$ (Dann heißen a, b Nullteiler). Zeigen Sie, dass R kein Körper ist.
Geben Sie ein Beispiel für einen Ring, der keine Nullteiler hat aber kein Körper ist.
3. Geben Sie die Grade folgender Polynome über \mathbb{Z}_5 an:
 - (a) $x^3 - 2x^2 + 1$
 - (b) $(2x^2 - 3)^3(x - 1)$
 - (c) $0x^4 + 0x^3 + 3x^2 + x + 0$
 - (d) 3
 - (e) 0
 - (f) $\frac{2x+3}{x+1}$
4. Bestimmen Sie Quotient und Rest bei den folgenden Polynomdivisionen:
 - (a) $x^5 : (x^2 - 1)$ in \mathbb{R}
 - (b) $(5 + 5x + 6x^4) : (4 + x + 3x^2)$ in \mathbb{R}
 - (c) $(5 + 5x + 6x^4) : (4 + x + 3x^2)$ in \mathbb{Z}_7
 - (d) $(2x^3 + 4x + 2) : (3x + 1)$ in \mathbb{Z}_5
5. Welche Mathematica-Funktionen ergeben Quotient und Rest einer Division von Polynomen über den reellen Zahlen? Wie erhalten Sie Quotient und Rest einer Polynomdivision in \mathbb{Z}_p ?
Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse aus Aufgabe 4 mit Mathematica.