MAT1 für MTD und CMS
FHS Hagenberg
9. Übungsblatt für den 1. Dezember 2005

(1) Ergänzen Sie die Gleichung

$$2x + 3y - z = 0$$

so zu einem Gleichungssystem mit drei Gleichungen, dass das System
(a) keine Lösung
(b) genau eine Lösung
(c) genau zwei Lösungen
(d) eine Gerade als Lösungsmenge (d.h. ein Parameter frei wählbar)
(e) eine Ebene als Lösungsmenge (d.h. zwei Parameter frei wählbar)
hat.

(2) Drehen Sie das Dreieck mit den Eckpunkten $A = \binom{-6}{2}$, $B = \binom{-2}{1}$ und $C = \binom{-4}{6}$ um 45° gegen den Uhrzeigersinn um den Punkt $\binom{0}{0}$.

(3) (a) Bestimmen Sie eine Matrix D, sodass für alle $\binom{x}{y} \in \mathbb{R}^2$ der Punkt $D \cdot \binom{x}{y}$ jener Punkt ist, auf dem $\binom{x}{y}$ nach einer Drehung um 53.1301° (um den Punkt $\binom{0}{0}$) gegen den Uhrzeigersinn landet.
(b) Bestimmen Sie eine Matrix S, sodass für alle $\binom{x}{y} \in \mathbb{R}^2$ der Punkt $S \cdot \binom{x}{y}$ jener Punkt ist, auf dem $\binom{x}{y}$ nach einer Streckung auf das Dreifache landet.
(c) Bestimmen Sie eine Matrix A, sodass für alle $\binom{x}{y} \in \mathbb{R}^2$ der Punkt $A \cdot \binom{x}{y}$ jener Punkt ist, auf dem $\binom{x}{y}$ nach einer Drehung um 53.1301° gegen den Uhrzeigersinn und einer darauffolgenden Streckung auf das Dreifache landet.

(4) Seien D_α und $D_{-\alpha}$ die Drehungsmatrizen für die Drehungen um den Winkel α gegen bzw. im Uhrzeigersinn um das Drehzentrum $(0,0)^T$. Berechnen Sie $D_{120^\circ} \cdot D_{-120^\circ}$ und zeigen Sie, dass $D_{120^\circ} \cdot D_{120^\circ} = D_{240^\circ}$. Was bedeutet die Multiplikation von Drehungsmatrizen? [Bonusfrage: Können Sie Ihre Vermutung auch rechnerisch beweisen? Mit Mathematica geht das sehr einfach.]

(5) Gegeben seien die Matrizen

$$z = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad y = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie:

(a) $z + 2y$ (b) $z - 2y$ (c) z^3 (d) $z \cdot y$ (e) $y \cdot z$

(6) Berechnen Sie:
(a) $(4 - 2i)^3$ (b) $\frac{2+3i}{1+4i}$

(c) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}^3$ $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$