MAT1 für CMS und MC
FHS Hagenberg
11. Übungsblatt für den 20. Dezember 2005

(1) Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen Unterräume von $\mathbb{R}^2$ sind.
  (a) $S = \left\{ \binom{x}{y} \in \mathbb{R}^2 \mid x + 2y = 0 \right\}$
  (b) $T = \left\{ t \cdot \binom{2}{-1} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$

(2) Zeigen Sie, dass die Menge $T = \left\{ \binom{x}{y} \in \mathbb{R}^2 \mid x \cdot y \leq 0 \right\}$ kein Unterraum des $\mathbb{R}^2$ ist, indem Sie konkrete $t_1, t_2 \in T$ finden, sodass $t_1 + t_2$ nicht in T liegt. Erfüllt T die beiden anderen Unterraumeigenschaften?

(3) Ist die Ebene
$$A = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0 \right\}$$
ein Unterraum von $\mathbb{R}^3$? Ist
$$B = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 1 \right\}$$
ein Unterraum? Überprüfen Sie jeweils die Unterraumeigenschaften.

(4) (a) Ist $\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ eine Linearkombination von $u = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $v = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$?
  (b) Liegt $\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ in $L(u, v)$?

(5) (a) Zeigen Sie, dass
$$S = L(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix})$$
ein Unterraum des $\mathbb{R}^3$ ist. Überprüfen Sie die Unterraumeigenschaften.
  (b) Ist $T = \{ \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \}$ Unterraum des $\mathbb{R}^3$?