

# UE Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik

11. Übungszettel, 11. Juni 2013

1. Geben Sie alle primitiven Elemente in  $\text{GF}(16)^*$  an. Überprüfen Sie für die Hälfte davon, dass es sich um Wurzeln des Kreisteilungspolynoms  $\Phi_{15} = x^8 - x^7 + x^5 - x^4 + x^3 - x + 1$  handelt.
2. Fortsetzung zu Beispiel 19.11 im Skript: Verwenden Sie für das Folgende die „Logarithmentafel“ sowie die Zech-Funktion aus Beispiel 19.11.

(a) Berechnen Sie in  $\text{GF}(16)$

i.  $\frac{1 + a^2}{1 + a^2 + a^3}$

ii.  $(a + a^2)^{200}$

iii.  $\sqrt{1 + a^2} + (a + a^3)^7$

(b) Finden Sie ein  $z \in \text{GF}(16)$  sodass

$$a^7 z^2 + a^5 = 1 + a^2$$

erfüllt ist.

3. (a) Finden Sie ein maximalperiodisches Polynom  $f$  von Grad 3 in  $\mathbb{Z}_2[x]$  und geben Sie  $\text{GF}(8)$  als  $\mathbb{Z}_2[x]/(f)$  an. Berechnen Sie auch die Multiplikationstabelle.  
(b) Geben Sie  $\text{GF}(8)$  durch ein primitives Element an und berechnen Sie die entsprechende „Logarithmentafel“.
4. (a) Geben Sie für  $\text{GF}(8)$  die Zech-Funktion an.  
(b) Führen Sie 5 Rechnungen in  $\text{GF}(8)$  mit Hilfe der „Logarithmentafel“ und der Zech-Funktion durch (Rechnung ähnlich zu 2a).
5. In welchen Galoisfeldern  $\text{GF}(p^n)$  sind alle Elemente außer 0 und 1 primitive Elemente?