

UE Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik

13. Übungszettel, 25. Juni 2013

1. Sei C ein linearer binärer Code mit Kontrollmatrix

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Wieviele Codewörter enthält C insgesamt? Geben Sie eine Basis an, die alle Codewörter aufspannt. Was ist die Informationsrate von C ?
- (b) Wie viele Fehler können erkannt werden? Wie viele Fehler können korrigiert werden? Was ist die Korrekturrate von C ?
- (c) Es wurden 10100001 und 10110101 empfangen. Rekonstruieren Sie die gesendeten Codewörter.

Hinweis: Für die Rekonstruktion eines Codewörters vergleichen Sie es mit jenen Codewörtern, die lediglich eine 1 aufweisen, jeweils multipliziert mit der Kontrollmatrix. Welche Annahme treffen wir dabei?

2. Sei C ein linearer binärer Code mit Kontrollmatrix

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Berechnen Sie die Hamming-Distanz von drei verschiedenen Paaren von Codewörtern aus C .
- (b) Berechnen Sie die Minimaldistanz von C mittels Hamming-Gewicht.
- (c) berechnen Sie die Minimaldistanz von C mittels $rg(H)$.
3. Geben Sie die Kontrollmatrix des binären (15, 11)-Hamming-Codes an. Korrigieren Sie gegebenenfalls folgende Codewörter und geben Sie die eigentlichen Nachrichten an:

- (a) 001010001000101
(b) 111010101011111
(c) 101110001010000

4. Geben Sie die Kontrollmatrix des BCH-Codes mit $q = 2$, $c = 1$, $n = 7$ und $d = 5$ an.