

## Übungen Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik

60. Welchen Galoisfeldern entsprechen die Beispiele aus den Übungen 55, 56, 59? (falls es sich um endliche Körper handelt).
61. Bestimmen Sie den Grad und eine Basis von ...  
(a)  $[\mathbb{C}: \mathbb{R}]$       (b)  $[\mathbb{Q}: \mathbb{Q}\sqrt{2}]$ .
62. (a) Ist  $K = \{a + b\sqrt[3]{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$  ein Erweiterungskörper von  $\mathbb{Q} \leq \mathbb{R}$ ? Falls ja, bestimmen Sie  $[K: \mathbb{Q}]$ .  
(b) Wie (a) für  $K = \{a + b\sqrt[3]{2} + c\sqrt[3]{4} \mid a, b, c \in \mathbb{Q}\}$ .
63. Bestimmen Sie das/ein erzeugende(s) Element der multiplikativen Gruppe von  $\text{GF}(8)$  und überprüfen Sie, ob und wie sich tatsächlich alle Elemente von  $\text{GF}(8)$  durch dieses Element erzeugen lassen.
64. Sei  $f$  ein irreduzibles Polynom vom Grad  $n$  über  $\text{GF}(p)$ . Zeigen Sie, dass  $f$  in  $\text{GF}(p^n)$  eine Nullstelle  $a$  hat und sich schreiben lässt als  $f = \prod_{i=0}^{n-1} (x - a^{p^i})$ .