

Übungen Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik

54. Zeigen Sie: In einem Integritätsbereich R gilt die Kürzungsregel, d.h. für $x, y, z \in R$ mit $x \neq 0$ gilt $x y = x z \implies y = z$.
Ist die Nullteilerfreiheit eine notwendige Voraussetzung?
55. Bestimmen Sie, falls möglich, einen Körper, in dem $x^2 + 1 \in \mathbb{Z}_3[x]$ in Linearfaktoren zerfällt.
56. Bestimmen Sie die Minimalpolynome von drei beliebigen Elementen aus $\mathbb{Z}_2[x]/(x^3 + x + 1)$.
57. Sei I ein Ideal in einem Ring R . Zeigen oder widerlegen Sie:
 I ist minimal $\implies I$ ist ein einfacher Ring.
(Ein minimales Ideal ist als ein bzgl. Teilmenge kleinstes Ideal außer $\{0\}$ definiert).
58. Gilt in Bsp. 57 auch die Umkehrung?
59. Bestimmen Sie durch Angabe seiner Elemente den Faktoring $\mathbb{Z}_3[x]/(x^2+1)$.