

Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik
6. Übungsblatt für den 30. April 2009

1. Finden Sie jeweils falls möglich ...
 - (a) ... eine Halbgruppe ohne Kürzungsregel.
 - (b) ... ein kommutatives Monoid mit Kürzungsregel, das keine Gruppe ist.
 - (c) ... eine unendliche Halbgruppe, deren Gruppenkern genau ein Element hat.

2. Finden Sie alle nichttrivialen Untergruppen von S_3 , \mathbb{Z}_5 und von \mathbb{Z}_6 .

3. Zeigen oder widerlegen Sie:
Untergruppen und homomorphe Bilder zyklischer Gruppen sind wieder zyklisch und bestimmen Sie gegebenenfalls die erzeugenden Elemente.

4. Zeigen Sie für $[a]_n \in \mathbb{Z}_n$: $\text{ord}([a]_n) = n/\text{ggT}(a,n)$.

5. Zeigen Sie (Satz von Euler):
Sind $\text{ggT}(a,n) = 1$, dann gilt: $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$