

**Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik**  
**4. Übungsblatt für den 2. April 2009**

1. Konstruieren Sie ein beweiskräftiges Venn-Diagramm für vier Mengen.
2. Finden Sie  $x, y \in \mathbb{Z}$  mit  $123x + 45y = \text{ggT}(123,45)$ .
3. Finden Sie jeweils alle ganzzahligen Lösungen für folgende diophantischen Gleichungen:
  - (a)  $24x - 18y = 15$
  - (b)  $15x + 24y = 33$
4. Sei  $(H, \circ)$  ein Halbgruppe und  $(H', \circ)$  eine Halbgruppe mit  $H' \subseteq H$ , also eine „Unterhalbgruppe“ von  $H$ . Zeigen oder widerlegen Sie jeweils:
  - (a) Sind  $H$  und  $H'$  Monoide, so haben sie dasselbe neutrale Element.
  - (b) Ist  $H'$  ein Monoid, dann auch  $H$ .
  - (c) Ist  $H$  ein Monoid, dann auch  $H'$ .