

Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik
2. Übungsblatt für den 19. März 2009

1. Zeigen Sie, dass alle endlichen Verbände beschränkt sind.
Warum funktioniert Ihr Beweis nicht für unendliche Verbände?
2. Ist jeder beschränkte distributive Verband komplementär?
3. Seien $(A, \wedge, \vee, ', 0, 1)$ und $(B, \cap, \cup, ^c, n, e)$ Boolesche Verbände. Sei $h : A \rightarrow B$ so, dass für alle $x, y \in A$ gilt:

$$h(x \wedge y) = h(x) \cap h(y), h(x \vee y) = h(x) \cup h(y) \quad (1)$$

sowie

$$h(0) = n, h(1) = e \quad (2)$$

- (a) Zeigen Sie $h(x') = h(x)^c$ für alle $x \in A$.
- (b) Zeigen Sie an Beispielen, dass die Gleichungen in (2) nicht aus denen in (1) folgen.

Im folgenden sei $\mathbf{B} := (\{0, 1\}, \wedge, \vee, ', 0, 1)$ der zweielementige Boolesche Verband.

4. Stellen Sie $f : \mathbf{B}^3 \rightarrow \mathbf{B}$, $(x_1, x_2, x_3) \mapsto ((x_1 \vee x_2) \vee x_3) \wedge (x_2 \vee x_3)$, in disjunktiver Normalform dar.
5. Gegeben ist $f : \mathbf{B}^4 \rightarrow \mathbf{B}$ durch $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1$ genau dann wenn $x_1 x_2 x_3 x_4 \in \{0000, 0010, 0100, 0110, 1000, 1001, 1101, 1111\}$.
Finden Sie ein Boolesches Polynom p , welches f induziert, und verkürzen Sie es mit dem Verfahren von Quine und McCluskey.