

Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik
1. Übungsblatt für den 12. März 2009

1. Bestimmen Sie alle beschränkten Verbände mit 5 Elementen. Geben Sie ein Beispiel für einen unbeschränkten Verband der Größe 5.
2. Sei A eine Menge, seien X, Y Teilmengen von A . Zeigen Sie, dass bezüglich der Ordnung \subseteq auf der Potenzmenge $P(A)$ gilt:

$$\inf(X, Y) = X \cap Y$$

3. Sei (A, \leq) eine verbandsgeordnete Menge. Zeigen Sie, dass (A, \inf, \sup) ein Verband ist.
(Hinweis: Überprüfen Sie jene Axiome, die nur eine Verknüpfung verwenden, nur für \inf).
4. Sei (A, \wedge, \vee) ein Verband. Für $x, y \in A$ sei $x \leq y$ genau dann wenn $x \wedge y = x$.
Zeigen Sie, dass (A, \leq) verbandsgeordnet ist.
5. Sei A eine Menge, sei $B := \{0, 1\}$, und sei B^A die Menge aller Funktionen von A nach B . Für $f, g \in B^A$ definieren wir Funktionen $f \wedge g, f \vee g$ durch

$$f \wedge g : A \rightarrow B, \quad x \mapsto \min(f(x), g(x)),$$

$$f \vee g : A \rightarrow B, \quad x \mapsto \max(f(x), g(x)).$$

Zeigen Sie, dass (B^A, \wedge, \vee) ein beschränkter Verband ist. Ist er komplementär?

6. Zeigen Sie: Das Pentagon ist nicht distributiv.