

Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik
12. Übungsblatt für den 25. Juni 2009

1. Bestimmen Sie Multiplikations- und Additionstafel für $\text{GF}(8)$.
2. Bestimmen Sie alle primitiven Elemente von $\text{GF}(7)$.
3. Bestimmen Sie alle primitiven Elemente von $\text{GF}(8)$. Wählen Sie eines aus und stellen Sie alle anderen Elemente $\neq 0$ als Potenzen davon dar.
4. Finden Sie den kleinsten Erweiterungskörper von $\text{GF}(3)$ in dem $f = x^2 + 1$ in Linearfaktoren zerfällt. Ist f primitiv?
5. Sei f ein irreduzibles Polynom vom Grad n über $\text{GF}(p)$. Zeigen Sie, dass f in $\text{GF}(p^n)$ eine Nullstelle a hat und in folgendes Produkt von Linearfaktoren zerfällt:

$$f = \prod_{i=0}^{n-1} (x - a^{p^i})$$

[Hinweis: Zeigen Sie, dass f keine mehrfachen Nullstellen hat und dass mit a auch a^p eine Nullstelle von f ist.]