

KV Einführung in die Algebra und Diskrete Mathematik

Blatt 1

1. Betrachten Sie folgende Verknüpfungsgebilde (V, \circ) und geben Sie an ob \circ assoziativ, kommutativ oder idempotent ist. Bestimmen Sie auch ev. vorhandene neutrale Elemente.
(a) $(\mathbb{N}, +)$, (b) (\mathbb{N}, \cdot) , (c) $(\mathcal{P}(M), \cup)$.
2. Sei (V, \cap, \cup) ein Verband. Zeigen Sie, dass dann (V, \leq) verbandsgeordnet ist wobei $v \leq w$ genau dann, wenn $v \cap w = v$. *Hinweis:* Vergessen Sie nicht zu überprüfen, ob " \leq " ist eine Ordnung auf V ist.
3. Sei (V, \leq) verbandsgeordnet. Zeigen Sie, dass dann (V, \inf, \sup) ein Verband ist.
4. Sei (V, \cap, \cup) ein beschränkter Verband. Zeigen Sie, dass dann für jedes $v \in V$ gilt: $\sup(0, v) = v$, $\inf(1, v) = v$, $\inf(0, v) = 0$ und $\sup(1, v) = 1$.
5. Zeigen Sie, dass (\mathbb{N}, \leq) verbandsgeordnet ist wobei $x \leq y$ genau dann gilt, wenn x ein Teiler von y ist. Geben Sie den dazugehörigen Verband an.