

Einführung in die Algebra
14. Übungsblatt für den 26. Juni 2003

1. Ist jedes Polynom $p \in \mathbb{Q}[x]$ mit $\text{Grad } p \geq 1$, welches keine Nullstellen in $\mathbb{Q}$ hat irreduzibel in $\mathbb{Q}$?
2. Finden Sie alle irreduziblen Polynome in $\mathbb{Z}_2[x]$ vom $\text{Grad} \leq 4$.
3. Finden Sie alle Nullstellen (mit Vielfachheit) von
 - (a) $x^4 - 2x^3 - x + 2 \in \mathbb{Z}_3[x]$
 - (b) $5x^3 + 6x^2 + 6x + 1 \in \mathbb{Z}_7[x]$
4. Gegeben ist die Menge $M = \{x^2 + ax + b \mid a, b \in \{1, 2, 3, 4\}\} \subset \mathbb{Q}[x]$. Für welche Polynome der Menge M gibt das Eistenstein-Kriterium, dass sie irreduzibel in $\mathbb{Q}[x]$ sind?
5. Sei $\mathbf{K}$ ein Körper und sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass ein Polynom in $\mathbf{K}[x]$ vom $\text{Grad} \leq n$ mit $n + 1$ Nullstellen das Nullpolynom ist.
- 6*. Bestimmen Sie die Anzahl der irreduziblen normierten quadratischen Polynome $x^2 + ax + b$ in $\mathbb{Z}_p[x]$ für p prim.