

Diskrete Mathematik (Wintersemester 2019)

ASB1MA1DMU, SeBMA01203

2. Übungsblatt für den 24.10.2019, 25.10.2019 und 28.10.2019

9. Beweisen Sie Satz 1.12 (4)

$$A \vee \mathbf{F} \equiv A$$

auf die drei Arten, wie sie im Skriptum für die Sätze 1.12 (1), 1.12 (2) und 1.12 (3) angegeben werden.

10. Sei p die Aussage

$$((A \vee B) \wedge ((\neg A) \vee C)) \Rightarrow (B \vee C).$$

- (a) Finden Sie einen zu p äquivalenten Ausdruck, der nur die Junktoren \wedge, \vee, \neg verwendet.
- (b) Zeigen Sie, dass p eine Tautologie ist, dass also p für alle Aussagen A, B, C wahr ist.
11. Überprüfen Sie jeweils, ob die die Aussagen p und q für alle Aussagen A und B äquivalent sind. Geben Sie dafür (im Fall der Äquivalenz) einen Beweis an, und finden Sie im Fall, dass die Aussagen nicht äquivalent sind, Belegungen für die Wahrheitswerte von A und B , sodass eine Seite wahr und die andere falsch ist.
- (a) $p = \neg(A \Rightarrow B), q = A \wedge (\neg B)$.
- (b) $p = (A \Rightarrow B) \Rightarrow C, q = A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$.
- (c) $p = A \Leftrightarrow B, q = (A \vee (\neg B)) \wedge ((\neg A) \vee B)$.

12. Überprüfen Sie jeweils, ob die die Aussagen p und q für alle Aussagen A und B äquivalent sind. Geben Sie dafür (im Fall der Äquivalenz) einen Beweis an, und finden Sie im Fall, dass die Aussagen nicht äquivalent sind, Belegungen für die Wahrheitswerte von A und B , sodass eine Seite wahr und die andere falsch ist.
- (a) $p = A \Rightarrow (B \Rightarrow C), q = (A \wedge B) \Rightarrow C$.
- (b) $p = A \Rightarrow (B \Rightarrow C), q = B \Rightarrow (A \Rightarrow C)$.
- (c) $p = A \Rightarrow (B \Rightarrow B), q = B \Rightarrow (A \Rightarrow A)$.
- (d) $p = (A \Rightarrow B) \Rightarrow A, q = A$.

13. Finden Sie für jede der 16 möglichen Funktionen von $\{0, 1\}^2$ nach $\{0, 1\}$ einen möglichst einfachen Ausdruck, der 0, 1, \sqcup , \sqcap , \oplus , \sim verwendet und die entsprechende Funktion beschreibt.

a	b	?	$a \sqcap b$?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

14. Finden Sie jeweils einen Ausdruck, der nur 0, x , y und den Junktor \rightarrow verwendet (wie etwa $(0 \rightarrow y) \rightarrow x$), und der folgende Funktionen beschreibt:

- (a) $\sim x$.
- (b) $x \sqcup y$.
- (c) $x \sqcap y$.

15. Schreiben Sie folgende Sätze so um, dass sie die Form für alle $x \in \dots$ gilt: $A(x) \Rightarrow B(x)$ haben.

- (a) Wenn x eine reelle Zahl ist, so ist $x^2 \geq 0$.
- (b) Wenn n kein Vielfaches von 3 ist, so hat n^2 bei Division durch 3 Rest 1.
Hinweis: $B(x)$ ist dann “ x hat bei Division durch 3 Rest 1.”

16. Schreiben Sie folgende Sätze so um, dass sie die Form für alle $x \in \dots$ gilt: $A(x) \Rightarrow B(x)$ haben.

- (a) Die Wurzel einer natürlichen Zahl ist eine natürliche Zahl oder irrational. (Für eine reelle Zahl x sei $A(x)$ die Eigenschaft, dass x Wurzel einer natürlichen Zahl ist, $N(x)$ die Eigenschaft, dass x natürlich und $R(x)$ die Eigenschaft, dass x rational ist.)
- (b) Ein Quadrat ist auch ein Rechteck.