Diskrete Mathematik (Wintersemester 2019/2020)
ASB1MA1DMU, SeBMA01203
12. Übungsblatt für den 27.1.2020, 30.1.2020 und 31.1.2020

89. Geben Sie ein Beispiel für eine Äquivalenzrelation auf $A := \{3, 5, 8, 12, 17\}$ an. Geben Sie die Relation in der Form $\rho = \{\dots\}$ an!

90. Sei ρ eine Äquivalenzrelation auf A, und seien $a, b \in A$. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

    (a) $(a, b) \in \rho$.

    (b) $[a]_\rho = [b]_\rho$.

    (c) $a \in [b]_\rho$.

    (d) $[a]_\rho \cap [b]_\rho \neq \emptyset$.

    Hinweis: Zeigen Sie: (a) $\Rightarrow$ (b), (b) $\Rightarrow$ (c), (c) $\Rightarrow$ (d) und (d) $\Rightarrow$ (a).

91. Geben Sie die Partition $\mathcal{P}$ der Menge $M = \{1, 2, 3\}$ an, die von der Äquivalenzrelation $\alpha = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 3), (3, 1)\}$ induziert wird.

92. Geben Sie die Äquivalenzrelation β auf $M = \{1, 2, 3, 4\}$ an, die die Partition $\mathcal{P} = \{\{1\}, \{2, 4\}, \{3\}\}$ induziert.

93. Wir definieren die Relation $\rho := \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : 5|(a - b)\}$. Zeigen Sie, dass ρ eine Äquivalenzrelation ist. Bestimmen Sie die Menge $[2]_\rho$.

94. Wir definieren folgende Relation auf $\mathbb{N}$, $\rho := \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : a|b\}$. Zeigen Sie, dass ρ eine Ordnungsrelation ist.

95. Sei $M = \{0, 1, 2, 4, 8, 16, \dots, 2^n, \dots\} \subset \mathbb{N}_0$. Wir definieren folgende Relation auf M, $\rho := \{(a, b) \in M \times M : a \mid b\}$. Man zeige: ρ ist eine Ordnungsrelation. Ist ρ linear? Gibt es ein größtes oder ein kleinstes Element bezüglich ρ?

96. Seien $A := \{1, 2, 3\}$, M die Potenzmenge von A und $T := \{\{2\}, \{2, 3\}\}$.

    (a) Zeigen Sie: $(M, \subseteq)$ ist eine geordnete Menge.

    (b) Ist $\subseteq$ linear auf M?

    (c) Bestimmen Sie das kleinste und das größte Element von M.

    (d) Bestimmen Sie alle unteren Schranken von T in M.