

Diskrete Mathematik (Wintersemester 2017/18)

531.104, 531.105

9. Übungsblatt für den 14.12.2017 und 18.12.2017

64. Finden Sie Mengen A, B, C und $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$, sodass

- (a) g surjektiv und $g \circ f$ nicht surjektiv ist,
- (b) f injektiv und $g \circ f$ nicht injektiv ist.

65. Finden Sie Mengen A, B, C und $f : A \rightarrow B, g : B \rightarrow C$, sodass

- (a) $g \circ f$ surjektiv und f nicht surjektiv ist,
- (b) $g \circ f$ injektiv und g nicht injektiv ist.

66. Seien A, B, X Mengen und $X \subseteq A$. Beweisen Sie, dass für bijektive Funktionen $f : A \rightarrow B$ gilt, dass $f[A \setminus X] = B \setminus f[X]$.

67. Seien $f : B \rightarrow C, g : A \rightarrow B$. Zeigen Sie: Wenn $f \circ g$ injektiv ist, dann ist auch g injektiv.

68. Seien $f(x) = x^3 + 3$ und

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{x}, & \text{wenn } x \neq 0 \\ 1, & \text{wenn } x = 0. \end{cases}$$

Berechnen Sie $f \circ g, g \circ f, (f \circ g)^{-1}$ und $(g \circ f)^{-1}$.

69. Berechnen Sie folgende Hintereinanderausführungen von Permutationen:

- (a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$
- (b) $(12) \circ (23) \circ (34) \circ (45)$
- (c) $(54) \circ (43) \circ (32) \circ (21)$
- (d) $(123)(234)(345)(456)$
- (e) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 4 & 6 & 1 & 7 & 3 \end{pmatrix}^{2017}$

70. Der Beweis von Satz 5.33 (1) liefert eine Zerlegung von $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 4 & 6 & 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ in ein Produkt von Transpositionen. Geben Sie diese Transpositionen an!

71. Sei $F : S_m \rightarrow S_m, F(\sigma) := \sigma^{-1}$ für $\sigma \in S_m$. Zeigen Sie, dass F bijektiv ist.