Diskrete Mathematik (Wintersemester 2017/18)
531.104, 531.105
4. Übungsblatt für den 9.11.2017 und 13.11.2017

24. Bestimmen Sie in den folgenden Beispielen, ob p und q für alle Aussageformen äquivalent sind.

    (a) $p = \exists x \in \mathbb{R} : A(x) \vee B(x)$, $q = (\exists x \in \mathbb{R} : A(x)) \vee (\exists x \in \mathbb{R} : B(x))$.

    (b) $p = \forall x \in \mathbb{R} : A(x) \vee B(x)$, $q = (\forall x \in \mathbb{R} : A(x)) \vee (\forall x \in \mathbb{R} : B(x))$.

25. Seien A, B Aussageformen, sodass $(\forall x \in \mathbb{R})\,(A(x) \Rightarrow B(x))$ und $(\exists x \in \mathbb{R})\,A(x)$ beide gelten. Zeigen Sie, dass $(\exists x \in \mathbb{R})\,(A(x) \wedge B(x))$ gilt.

26. Zeigen Sie Satz 2.11 (2) (im Skriptum).

27. Beschreiben Sie folgende Mengen formal:

    (a) Die Menge aller natürlicher Zahlen, die durch 7 teilbar ist.

    (b) Die Menge aller reeller Zahlen, die größer oder gleich -1 sind, aber kleiner als 15.

    (c) Die Menge aller ganzzahligen Zweierpotenzen.

    (d) Die Menge aller ganzen Zahlen, die ein Quadrat einer natürlichen Zahl sind.

    Bestimmen Sie den Durchschnitt der Mengen aus a) und b), b) und c), und b) und d).

28. Wie lauten die Potenzmengen folgender Mengen:

    (a) $A_1 = \{1, 2, 3, 4\}$.

    (b) $A_2 = \{1, \{1, 3\}, 3\}$.

    (c) $A_3 = \{\{1, 2, \{3\}\}\}$.

    Bilden Sie den Durchschnitt sowie die Vereinigung der Potenzmengen aus a) und b).

29. Zeigen Sie Nummer (3) und Nummer (6) aus Satz 3.4 auf zwei verschieden Arten, vergleichbar wie der Beweis von (5) im Skriptum. *(Hinweis: Vergewissern Sie sich zuerst, dass für drei Aussagen D, E, F die Aussagen $(D \vee E) \vee F$ und $D \vee (E \vee F)$ äquivalent sind.)*

30. Seien A, B, C Mengen mit $A \cap C = \emptyset$ und $A \cup C = B$. Zeigen Sie, dass $C = B \setminus A$.

31. Gilt für alle Mengen A, B, dass

   (a) $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B)$?
   (b) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B)$?