

**Diskrete Mathematik**  
**8. Übungsblatt für den 14. Mai 2008**

1. Zeigen Sie:

(a) Es gibt  $2^{\binom{n}{2}}$  Graphen mit  $n$  Knoten.

(b) Es gibt  $2^{\binom{n-1}{2}}$  Graphen mit  $n$  Knoten, so dass alle Knoten geraden Grad haben.

2. Sei  $G$  ein Graph mit Knoten  $\{1, \dots, n\}$ . Die *Adjazenzmatrix* von  $G$  ist die  $n \times n$ -Matrix  $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$ , wobei  $a_{ij}$  die Zahl der Kanten vom Knoten  $i$  zum Knoten  $j$  angibt. (Diese Definition ist auch für gerichtete Graphen mit Mehrfachkanten und Schleifen sinnvoll.)

Wie können Sie die Einträge von  $A^2$  interpretieren?

3. Sei  $G$  ein zusammenhängender Graph mit  $n$  Knoten, und sei  $v \in V(G)$  beliebig. Zeigen Sie

$$\sum_{x \in V(G)} d_G(v, x) \leq \binom{n}{2}.$$

4. Zeigen Sie, dass jeder zusammenhängende bipartite Graph genau eine Partition hat.

5. Zeigen Sie: Ein Graph ist genau dann ein Baum, wenn jedes Paar verschiedener Knoten im Graph durch genau einen Pfad verbunden ist.

6. Zeigen Sie die Korrektheit des folgenden Algorithmus:

**Algorithm for spanning tree**

Eingabe: Ein zusammenhängender Graph  $(V, E)$ .

Ausgabe: Ein Baum  $(V, S)$  mit  $S \subseteq E$ .

$S := \emptyset$

WHILE  $(V, S)$  ist nicht zusammenhängend DO

Wähle eine Kante  $e \in E$  zwischen Knoten in unterschiedlichen Komponenten von  $(V, S)$

$S := S \cup \{e\}$

RETURN  $(V, S)$