

Diskrete Mathematik
7. Übungsblatt für den 7. Mai 2008

1. Gibt es ein $(11, 6, 2)$ -Design?
2. * Sei $(K, +, \cdot)$ ein endlicher Körper mit q Elementen, und sei H eine Untergruppe von (K^*, \cdot) mit $|H| = k$ und $1 < k < q - 1$. Für $a \in K^*, b \in K$ sei

$$aH + b := \{ax + b \mid x \in H\}.$$

Zeigen Sie, dass

$$(K, \{aH + b \mid a \in K^*, b \in K\})$$

ein $(q, k, k - 1)$ -Design ist.

3. Zeigen Sie für $n \geq 2$: Jedes $(n^2 + n + 1, n + 1, 1)$ -Design ist eine projektive Ebene.

(Hinweis: Bestimmen Sie die Zahl der Blöcke, die einen gegebenen Block in genau einem Punkt schneiden.)

4. Graphen G_1 und G_2 sind *isomorph* falls es eine Bijektion $\varphi : V(G_1) \rightarrow V(G_2)$ gibt, sodass für alle $x, y \in V(G_1)$ gilt: $\{x, y\} \in E(G_1) \Leftrightarrow \{\varphi(x), \varphi(y)\} \in E(G_2)$.

Wieviele nicht-isomorphe Graphen mit 4 Knoten gibt es?

5. Sei $d \geq 2$, und sei G ein Graph in dem jeder Knoten mindestens Grad d hat. Zeigen Sie, dass G einen Pfad der Länge d und einen Zyklus mit Länge $\geq d + 1$ enthält.