Diskrete Mathematik
5. Übungsblatt für den 23. April 2008

1. Bestimmen Sie alle Lösungen des folgenden Sudoku (aus [HM07]):

9		6		7		4		3
			4			2		
	7			2	3		1	
5						1		
	4		2		8		6	
		3						5
	3		7				5	
		7			5			
4		5		1		7		8

2. Sei (P, L) eine affine Ebene. Zeigen Sie aus den Axiomen:
   (a) Es gibt 4 Punkte, von denen keine 3 auf einer Geraden liegen.
   (b) Je 2 Geraden sind entweder parallel oder schneiden sich in genau einem Punkt.

3. Sei (P, L) eine projektive Ebene mit einem Punkt $A \in P$ und Geraden $l, m \in L$. Zeigen Sie aus den Axiomen:
   (a) Es gibt einen Punkt $B \in P$ sodass $B \notin l$ und $B \notin m$.
   (b) Es gibt eine Gerade $g \in L$ sodass $A \notin g$.

4. Sei (P, L) eine endliche projektive Ebene der Ordnung q, und sei $A \in P$. Geben Sie eine Bijektion zwischen der Menge aller Geraden, die nicht durch A gehen, und $\{1, \ldots, q\} \times \{1, \ldots, q\}$ an.

5. Sei (P, L) eine affine Ebene. Zeigen Sie, dass je 2 unterschiedliche Punkte der projektiven Vervollständigung (P^*, L^*) auf genau einer Geraden aus L^* liegen.

6. Sei K ein Körper, sei P die Menge aller 1-dimensionalen Unterräume von K^3, und sei L die Menge aller 2-dimensionalen Unterräume von K^3. Wir sagen, dass $A \in P$ auf $l \in L$ liegt falls $A \subseteq l$.
   (a) Zeigen Sie, dass (P, L) eine projektive Ebene bildet.
   (b) Was ist die Ordnung von (P, L), wenn K endlich ist?

Literatur

[HM07] Agnes M. Herzberg and M. Ram Murty. Sudoku squares and chromatic polynomials. *Notices Amer. Math. Soc.*, 54(6):708–717, 2007.