

Diskrete Mathematik
10. Übungsblatt für den 28. Mai 2008

1. Geben Sie jeweils Beispiele für einen zusammenhängenden Graphen G mit n Knoten für alle $n \geq 5$, folgende Eigenschaften erfüllt:
 - (a) weder Eulersch, noch Hamiltonsch;
 - (b) Eulersch und Hamiltonsch;
 - (c) nicht Eulersch, aber Hamiltonsch;
 - (d) Eulersch, aber nicht Hamiltonsch.
2. Welche platonischen Körper außer dem Dodekaeder haben einen Hamiltonschen Kantengraph?
3. Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit n Knoten. Zeigen Sie:
 - (a) Falls $\deg(u) + \deg(v) \geq n$ für alle $\{u, v\} \in V^{(2)} \setminus E$, dann ist G Hamiltonsch.
 - (b) Falls $\deg(u) + \deg(v) \geq n - 1$ für alle $\{u, v\} \in V^{(2)} \setminus E$, dann hat G einen Hamiltonschen Pfad.
4. Bestimmen (oder schätzen) Sie die Entfernungen zwischen den 7 österreichischen Landeshauptstädten ohne St. Pölten und Eisenstadt. Verwenden Sie den Twice-round-the-tree Algorithmus, um einen Hamiltonschen Zyklus zu finden. Vergleichen Sie seine Länge mit der des kürzest möglichen Hamiltonschen Zyklus.
5. Sei G ein gewichteter, vollständiger Graph, sei m das Gewicht eines minimalen aufspannenden Baumes, sei M das minimale Gewicht eines Hamilton'schen Kreises. Zeigen Sie:
 - (a) $m \leq M$.
 - (b) $M \leq 2m$ falls die Gewichtsfunktion auf G die Dreiecksungleichung erfüllt.
6. * Vervollständigen Sie den Beweis des Friendship-Theorem vom 9. Übungsblatt. (Hinweis: Zeigen Sie, dass die Adjazenzmatrix A des regulären Graphen symmetrisch ist und betrachten Sie die Eigenwerte von A^2 und A .)