

CODIERUNGSTHEORIE

1. DIE PROBLEME

1.1. **Quellcodierung und Datenkompression.** Wir wollen eine Nachricht über einen digitalen Kanal, der nur 0 oder 1 übertragen kann, schicken. Die Nachricht ist eine Folge aus den Zeichen A, B, C, D, E. Eine typische Nachricht wäre etwa

```

AABAAAAAAAAACAAAAAAAAABAAAAAAAAAEAAAAAAAAAAEAAEAAEAAAA
AAAEACAABBAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
EAAAAAAAAAAAAAAAAEAAAAAAAABAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAA
AAAAAAAAAAAAAAEAAEAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAAB
EAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAACAAAACAAAAAAAAAABAAAAAB
AAAAAAAAAAAAAAAAAAAAACABAAAABAAAAEAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAAAA
CAAAABAAAAAAEAAAABAAAAAAAAAAAAACAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAAAA
BAAAAAACAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAB
AAAAAAAAABAAAAABAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAAABAAAAAB
AAAAA

```

Dabei wissen wir, dass an jeder Stelle der Nachricht mit Wahrscheinlichkeit 0.9 ein A, mit 0.06 ein B, mit 0.015 ein C, mit 0.015 ein D und mit Wahrscheinlichkeit 0.01 ein E vorkommt.

Ziel ist es, für die Übertragung diese Nachricht als Folge von 0 und 1 zu kodieren. Dabei sollen wir für jedes Zeichen im Durchschnitt nur höchstens 0.8 Bits benötigen – eine Folge von 100 Zeichen sollte im Durchschnitt also auf 80 Bits komprimiert werden können.

Ist es möglich, eine solche Nachricht so stark zu komprimieren? Versuchen Sie, ein Verfahren zur Kompression zu finden!

1.2. **Kanalcodierung und Fehlerkorrektur.** Wir wollen eine Nachricht über einen digitalen Kanal, der nur 0 oder 1 übertragen kann, schicken. Durch Rauschen wird im Mittel jedes zehnte Bit verfälscht (dh. nur 90% der Nachricht wird korrekt übertragen).

Unsere Nachricht ist ein digitales Bild, bestehend aus Pixeln in einer von 2^5 Farben.

Ziel: Wir wollen die Nachricht so übertragen, dass wir im Durchschnitt mindestens 95% aller Pixel (je 5 Bit) rekonstruieren können.

Erhard Aichinger und Peter Mayr, Institut für Algebra, Johannes Kepler Universität Linz, erhard@algebra.uni-linz.ac.at, peter.mayr@algebra.uni-linz.ac.at, <http://www.algebra.uni-linz.ac.at/>.