

Algebra

9.Übungsblatt für den 4. Dezember 2007

Wir besprechen am 4.12. auch die Beispiele 1,3,4a,5 und 6 vom 8. Übungsblatt.

- (1) Sei $n \geq 5$, und sei N ein Normalteiler der S_n . Zeigen Sie: $N \in \{\{\text{id}\}, A_n, S_n\}$.

Hinweis: Betrachten Sie $N \cdot A_n$ und $N \cap A_n$.

- (2) Sei \mathbf{G} eine Gruppe, die auf der Menge X operiert, und sei $\xi \in X$. Zeigen Sie, dass die Untergruppe $\text{stab } \xi := \{g \in G \mid g * \xi = \xi\}$ genau dann ein Normalteiler ist, wenn folgendes gilt:

$$\forall h \in G : \text{stab } \xi \subseteq \text{stab } (h * \xi).$$

- (3) Zeigen Sie, dass eine endliche Gruppe mit einer geraden Anzahl von Elementen eine zweielementige Untergruppe besitzt.